

Adaleta Bedak-Tahirović¹

Dževad Zečić²

PRIMJER UPOTREBE TEORIJE FUNKCIJE KORISNOSTI U TEORIJI UGOVORA

Sažetak

Tradicionalna ekonomska analiza izbora u uvjetima neizvjesnosti i rizika zasniva se na teoriji očekivane korisnosti. U ovom radu je korišten matematički model izveden iz teorije funkcije korisnosti koji je primijenjen na polju investitorskih ugovaranja, tj. pri izboru vrste tenderskog ugovora od strane investitora. Pomenuti matematički model se koristi za donošenje optimalne odluke pri izboru vrste tenderskog ugovora od strane investitora. Analizirane su relativne uštede dobijene korištenjem rezultirajućih optimalnih ugovora u odnosu na često korištenu vrstu ugovora, *ugovor sa dodatkom*. Podaci su prikupljeni od nekoliko državnih institucija s ciljem ukazivanja na mogućnost poboljšanja izbora ugovora u odnosu na *ugovor sa dodatkom*. Analiza je pokazala da se, sa pretpostavkom da su igrači racionalni, može uštedjeti pri drugačijem načinu izbora ugovora, što je potvrdilo da upotreba teorije funkcije korisnosti daje mogućnost povećanja efikasnosti, tj. optimizacije korisnosti samih učesnika u projektu tenderskog ugovora.

Ključne riječi: funkcija korisnosti, teorija ugovaranja, rizik

JEL: C78

¹ Adaleta Bedak-Tahirović, asistent, Ekonomski fakultet Univerziteta u Zenici, Bosna i Hercegovina

² Dr.sc. Dževad Zečić, vanredni profesor, Ekonomski fakultet Univerziteta u Zenici, Bosna i Hercegovina

1. UVOD

Moderna ekonomija koristi koncept korisnosti kojim se opisuje stanje pri kojem pojedinac, koji donosi odluku, ima skup uređenih preferencija. Ako se donositelj odluke u izboru između dvije mogućnosti odluči za jednu, to čini zbog toga što mu ona donosi veću korisnost od ove druge. Generalno, kada pojedinac donosi odluke, on namjerava da ostvari najpovoljnije rješenje u smislu određenog kriterijuma. Procjenjivanje vrijednosti ishoda odluke se vrši putem funkcije korisnosti (utility). Poredeći raspoložive opcije pojedinac formira svoj sistem preferencija koji mu zapravo omogućuje konkretan izbor. Osnovne osobine preferiranja, kod racionalnog donositelja odluka, mogu biti prezentirane preko liste sljedećih aksioma: uređenost, tranzitivnost, kontinuiranost, zamjenjivost (supstitucija), monotonost i redukcija složenih lutrija.

Eksponencijalna funkcija $U(x) = \frac{1 - e^{-\lambda x}}{\lambda}$ je funkcija korisnosti jer zadovoljava

već pomenute aksiomatske uvjete. Specifičnost ove funkcije je što daje model preferencije subjekta sa konstantnom averzijom ka riziku. U ovom radu je prikazana upotreba pomenute funkcije korisnosti koja nam daje informacije kolika bi bila eventualna ušteda investitora na polju investitorskih ugovaranja ukoliko bi investitor učestvovao sa odgovarajućim procentualnom vrijednošću u nepredvidivim troškovima u odnosu na često korišteni *ugovor sa dodatkom*.

Cilj svakog investitora je da minimizira svoju isplatu datu sa

$$\tau = n \int_{c_l}^{c_h} T(c^*) [1 - G(c^*)]^{n-1} g(c^*) dc^* \quad (1)$$

dok je cilj svake firme da maksimizira očekivanu korisnost profita, tj. da maksimizira funkciju $E(U(\pi_i))$ ⁴. investitor je nesklon riziku i on svoju ukupnu isplatu minimizira tako što bira α ⁵ koje zadovoljava relaciju

³ Model isplate je detaljno pojašnjen u časopisu BH ekonomski forum (1) str. 61.-80.

⁴ Maksimiziranje funkcije očekivane korisnosti profita je predstavljeno u časopisu BH ekonomski forum (1), str. 61.-80.

⁵Postupak izračunavanja α iz relacija (2) i (3) je predstavljeno u časopisu BH ekonomski forum (1), str. 61.-80.

$$0 = \frac{\alpha}{h''(h^{-1}(1-\alpha))} - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} w e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w) dw}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w) dw} -$$

$$n \int_{c_l}^{c_h} \frac{\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)} (c-c^*) (1-G(c))^{n-2} g(c) dc}{\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)} (1-G(c))^{n-2} g(c) dc} (1-G(c^*))^{n-1} g(c^*) dc^*. \quad (2)$$

Odnosno, ako je neutralan na rizik

$$0 = \frac{\alpha}{h''(h^{-1}(1-\alpha))} - \frac{n}{n-1} \int_{c_l}^{c_h} \int_{c^*}^{c_h} (1-G(c))^{n-1} g(c^*) dc dc^*. \quad (3)$$

Tenderski ugovori ponuđeni od strana investitora mogu biti definirani u odnosu na konačnu isplatu u tri različite forme: *ugovor sa fiksnom cijenom*⁶ (fixed-price contract) ili popularnije „ključ u ruke“, *ugovor sa dodatkom* (cost-plus contract), te stimulacioni govor (incentive contract).

U *ugovoru sa dodatkom* investitor pokriva i *dodatne troškove* koji eventualno mogu nastati kada stvarni troškovi premašuju *dogovoreni iznos*. Intuitivno je jasno da cost-plus ugovor ne može biti povoljan za investitora, jer ne postoji mehanizam ograničavanja firmi da apliciraju na tender sa najnižom mogućom cijenom, bez obzira na njihovu stvarnu procijenjenu vrijednost troškova projekta. U ovom radu je pojašnjen način izbora procentualnog učešća investitora u pokrivanju *dodatnih troškova* u odnosu na *dogovoreni iznos*, kako bi se *očekivana vrijednost* iznosa isplate od strane investitora, koji raspisuje tendere sa ovakvom formom ugovora, minimizirala.

⁶ Ugovor sa fiksnom cijenom je analiziran u časopisu BH ekonomski forum (1), str. 61.-80.

2. Empirijsko istraživanje: primjena modela funkcije korisnosti na polju investitorskih ugovaranja

U prikazanom empirijskom istraživanju provedena je anketa s ciljem analize podataka efikasnosti investitorskog ugovaranja dobijenih od jednog broja državnih institucija. Efikasnost investitorskog ugovaranja je provedena kroz prizmu izvedenih relacija. Svaki od investitora koji su učestvovali u ovoj anketi je popunio Upitnik prikazan u Dodatku.

Svi podaci dobijeni od različitih investitora su prikazani u Dodatku na kraju ove sekcije. Podaci koji obuhvataju sve projekte u kojima je korišten *ugovor sa dodatkom* su također u Dodatku. Za svaki projekt je pronađena optimalna procentualna vrijednost, a_{OPT} , upotrebom prikazane analize funkcije korisnosti učešća investitora u troškovima koji eventualno prebacuju dogovoreni iznos.

Za svaki projekt je proračunata očekivana ušteda u odnosu na optimalni način potpisivanja ugovora, tj. u odnosu na slučaj kada se investitor odluči na ugovor sa a_{OPT} , prikazana je srednja vrijednost i varijansa uštede, te minimalna i maksimalna ušteda.

Kako je egzaktni proračun optimalnog procentualnog učešća investitora u premašenim troškovima α dio kompleksnog proračuna, nerealno je očekivati da se isti može lako prihvatiti od strane svih relevantnih subjekata kao način donošenja odluka vezan za različite vrste ugovaranja. U skladu sa ovom pretpostavkom u ovom radu je predložen aproksimativni procenat ovoga učešća, α_{approx} , a na osnovu statističke analize podataka prikupljenih pomenutom anketom. Cilj ovog prijedloga je isključivo da se izbjegne prikazani analitički aparat, te da se pokaže da se, statistički, može postići znatna ušteda i pri ovako jednostavnom izboru α_{approx} .

2.1. Ugovor sa dodatkom

U ovoj kategoriji su analizirani svi projekti u kojima je investitor bio zadužen za plaćanje eventualnog prekoračenja dogovorene sume. U ovakvim slučajevima se postavlja pitanje: šta sprječava određenu firmu da vještački minimizira svoju ponudu iznad njene relane procjene troškova kako bi dobila projekt?

Tabela 2.1. Procentualne vrijednosti ušteda za Kategoriju *ugovor sa dodatkom*

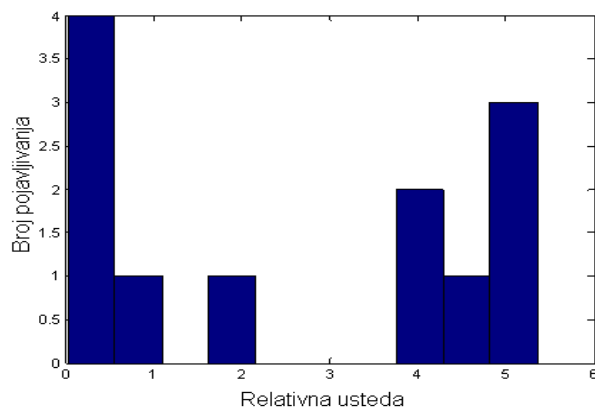
Redni broj	Projekt	Ušteda (%)
1	1	3.84
2	3	4.2
3	6	4.86
4	7	5.35
5	9	4.9
6	10	4.81
7	21	0.47
8	23	1.07
9	24	0.03
10	26	0.07
11	29	0.45
12	30	1.72

Na osnovu ovih podataka jednostavno je proračunati srednju vrijednost relativne uštede, varijansu, te naći minimalnu i maksimalnu vrijednost uštede iz projekata ove kategorije. Ove vrijednosti su prikazane u tabeli 2.2.

Tabela 2.2. Vrijednosti statističkih parametara podataka kategorije *ugovor sa dodatkom*

Minimalna ušteda	Maksimalna ušteda	Srednja vrijednost uštede	Varijansa	TOTAL
0,03%	5,35%	2,65%	4,75%	49.316 KM

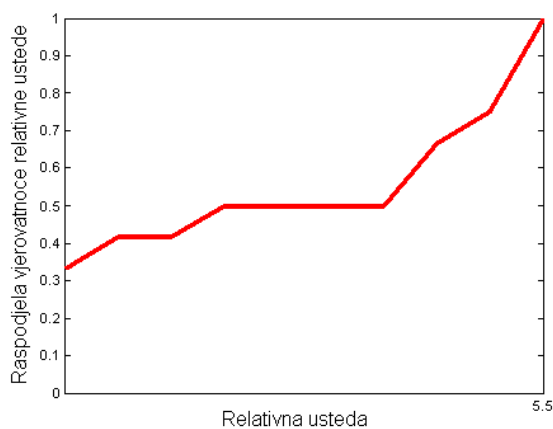
Srednja očekivana vrijednost eventualne uštede je 2,65% po projektu, što za veće iznose projekta može u apsolutnom dati značajan novčani iznos. Za prikazane podatke ove kategorije ukupna očekivana ušteda bi bila 49.316 KM. Histogram, raspodjela, te gustina vjerovatnoće relativne uštede dobijena za podatke ove kategorije su dati na slijedećim slikama.

Slika 2.1. Histogram relativne uštede iz podataka kategorije *ugovor sa dodatkom*

Slika 2.2. Gustina vjerovatnoće relativne uštede iz podataka kategorije *ugovor sa dodatkom*



Slika 2.3. Raspodjela vjerovatnoće relativne uštede iz podataka kategorije *ugovor sa dodatkom*



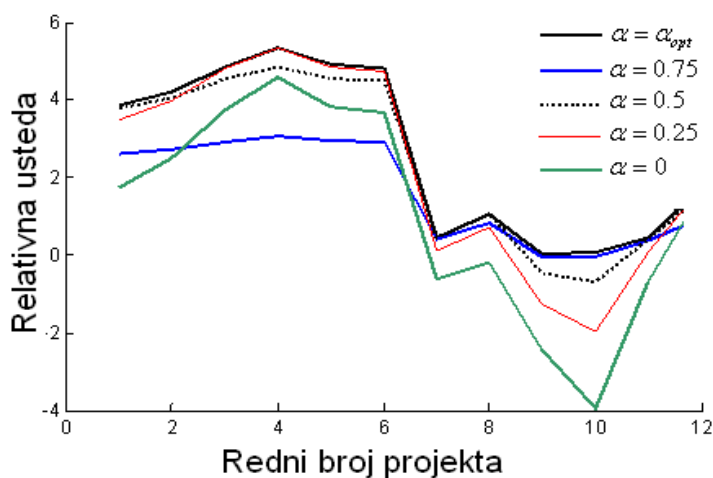
Pretpostavimo da se svi investitori odluče za ugovor u kojem vrijedi $\alpha = 0, 0.25, 0.5$ i 0.75 , tj. da se investitor bez prethodnog znanja o optimalnim očekivanim vrijednostima, α_{opt} , odluči fiksno igrati na ovakav način, u tom slučaju imamo sljedeće vrijednosti:

Tabela 2.3. Uporedba rezultata dobijenih za različite vrijednosti α u odnosu na $\alpha = 1$

Alfa	Minimalna ušteda	Maksimalna ušteda	Srednja vrijednost uštede	Varijansa	TOTAL
α_{opt}	0,03%	5,35%	2,65%	4,75%	49.316 KM
0.75	-0,03	3,06%	1,64%	1,72%	30.030 KM
0.5	-0,69%	4,84%	2,38%	4,75%	45.629 KM
0.25	-1,99%	5,35%	2,21%	6,9%	46.795 KM
0	-3.93%	4,58%	1,15%	7,39%	33.530 KM

Iz tabele se zaključuje da se za vrijednosti $\alpha = 0.25$, $\alpha = 0.5$ i $\alpha = 0.75$ mogu postići uštede u odnosu na $\alpha = 1$, tj. bilo koja stimulaciona forma ugovora može dati bolje rezultate od ugovora sa dodatkom. Posmatrajući vrijednosti minimalne uštede zaključuje se da je manji rizik igrati sa $\alpha = 0.75$ u odnosu na $\alpha = 0.5$ u smislu minimiziranja najgoreg mogućeg slučaja.

Slika 2.4. Ova slika pokazuje odnos relativnih ušteda za različite α u odnosu na $\alpha = 1$ za svaki projekt



Na prethodnoj slici su prikazani odnosi relativnih ušteda posebno za svaki projekt. Sa date slike se može izvući nešto detaljniji zaključak, tj. da se za $\alpha = 0.5$ i $\alpha = 0.75$ mogu postići uštede za svaki projekt posebno. Za ostale vrijednosti α ušteda se nije postigla za 9. i 10. projekt iz razloga jer je ušteda za optimalno $\alpha = \alpha_{opt}$ približno jednaka nuli. Dakle, ušteda koja bi se mogla postići je zadovoljavajuća.

2.2. DODATAK

UPITNIK

Naziv investitora: _____

- A. Broj ponuđača koji su učestvovali na tenderu ?
- B. Da li je na tenderu odabran ponuđač koji je ponudio najmanju cijenu?
(Potencijalni odgovori: Da/Ne)
- C. Novčani iznos najniže ponude koji je dostavljen u okviru ponude za tender?
- D. Novčani iznos maksimalne ponude koji je dostavljen u okviru ponude za tender?
- E. Novčani iznos ponude ponuđača koji je odabran na tenderu? (Ugovoreni iznos)
- F. Novčani iznos ukupnih troškova nakon kompletiranja projekta koji uključuje eventualne nepredviđene troškove?
- G. Ako je ukupna vrijednost troškova (tačka F) različita od ugovorenog iznosa (tačka E), koliki je stvarni iznos koji je isplaćen od strane investitora?

Projekt	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
⋮							

INVESTITOR I (projekti u kojima je odabran ugovor sa dodatkom)

Projekt	A	B	C (KM)	D (KM)	E (KM)	F (KM)	G (KM)	α	α_{opt}	Ušteda
1	7	Da	15.444	27.653	15.444	24.765	24.765	1	0.42	3.84
3	7	Da	6.959	11.824	6.959	9.459	9.459	1	0.39	4.2
6	7	Da	11.165	17.315	11.165	14.252	14.252	1	0.32	4.86
7	7	Da	28.712	41.650	28.712	37.993	37.993	1	0.27	5.35
9	7	Da	19.082	29.412	19.082	28.482	28.482	1	0.32	4.9
10	7	Da	34.466	53.810	34.466	43.787	43.787	1	0.33	4.81

INVESTITOR III (projekti u kojima je odabran ugovor sa dodatkom)

Projekt	A	B	C (KM)	D (KM)	E (KM)	F (KM)	G (KM)	α	α_{opt}	Ušteda
21	3	DA	4.014	4.591	4.014	4.120	4.120	1	0.6	0.47
23	4	DA	2.486	3.093	2.486	2.500	2.500	1	0.52	1.07
24	3	DA	3.435	4.195	3.435	3.750	3.750	1	0.89	0.03
26	4	DA	16.285	23.643	16.285	16.975	16.975	1	0.88	0.07
29	3	DA	7.887	9.038	7.887	7.900	7.900	1	0.61	0.45
30	3	DA	15.584	16.378	15.584	16.250	16.250	1	0.22	1.72

INVESTITOR I

Projekt	A	B	C	D	E	F	G	α	α_{opt}	Ušteda
1	7	Da	15.444	27.653	15.444	24.765	24.765	1	0.42	3.84
2	7	Da	15.476	28.972	15.476	15.476	15.476	0	0.45	2.48
3	7	Da	6.959	11.824	6.959	9.459	9.459	1	0.39	4.2
4	7	Da	33.782	52.391	33.782	33.782	33.782	0	0.32	1.11
5	7	Da	21.600	33.014	21.600	21.600	21.600	0	0.31	1.03
6	7	Da	11.165	17.315	11.165	14.252	14.252	1	0.32	4.86
7	7	Da	28.712	41.650	28.712	37.993	37.993	1	0.27	5.35
8	7	Da	11.904	20.972	11.904	11.904	11.904	0	0.41	1.97
9	7	Da	19.082	29.412	19.082	28.482	28.482	1	0.32	4.9
10	7	Da	34.466	53.810	34.466	43.787	43.787	1	0.33	4.81

INVESTITOR II

Projekt	A	B	C	D	E	F	G	α	α_{opt}	Ušteda
11	4	NE	69.492	81.010	73.318	73.318	73.318			
12	4	NE	24143	35.996	27.046	27.046	27.046			
13	6	DA	192.258	206.121	192.258	192.258	192.258	0	0.07	0.04
14	3	NE	98.783	136.141	136.141	136.141	136.141			
15	3	DA	379.314	379.314	379.314	379.314	379.314	0		0
16	2	NE	30.346	33.036	33.036	33.036	33.036			
17	1	DA	33.370	33.370	33.370	33.370	33.370	0		
18	2	NE	31.466	36.088	36.088	36.088	36.088			
19	5	DA	36.372	66.722	36.372	36.372	36.372	0	0.88	6.14
20	1	DA	22.276	22.276	22.276	22.276	22.276	0		

INVESTITOR III

Projekt	A	B	C	D	E	F	G	α	α_{opt}	Ušteda
21	3	DA	4.014	4.591	4.014	4.120	4.120	1	0.6	0.47
22	4	DA	20.059	30.150	20.059	20.059	20.059	0	0.96	4.85
23	4	DA	2.486	3.093	2.486	2.500	2.500	1	0.52	1.07
24	3	DA	3.435	4.195	3.435	3.750	3.750	1	0.89	0.03
25	4	DA	9.500	10.100	9.500	9.500	9.500	0	0.15	0.09
26	4	DA	16.285	23.643	16.285	16.975	16.975	1	0.88	0.07
27	3	DA	10.285	33.058	10.285	8.935	8.935	1		
28	7	DA	421	1.254	421	421	421	0	0.75	9.22
29	3	DA	7.887	9.038	7.887	7.900	7.900	1	0.61	0.45
30	3	DA	15.584	16.378	15.584	16.250	16.250	1	0.22	1.72

INVESTITOR IV

Projekt	A	B	C	D	E	F	G	α	α_{opt}	Ušteda
31	4	DA	35.000	46.800	35.000	35.000	35.000	0	0,69	2.33
32	6	DA	33.484	76.540	33.484	33.484	33.484	0	0,81	7.39
33	4	DA	219.972	256.149	219.972	219.972	219.972	0	0,36	0.6
34	5	DA	290.954	493.907	290.954	290.954	290.954	0	0,78	4.51
35	4	DA	33.863	39.733	33.863	33.863	33.863	0	0,38	0.66
36	9	DA	799.897	1463.213	799.897	799.897	799.897	0	0,26	1.09

INVESTITOR V

Projekt	A	B	C	D	E	F	G	α	α_{opt}	Ušteda
37	7	DA	3.200	5.400	3.200	3.200	3.200	0	0,38	1.65
38	8	DA	7.300	8.500	7.300	7.300	7.300	0	0,09	0.08
39	5	DA	6.100	7.250	6.100	6.100	6.100	0	0,26	0.41
40	8	DA	5.230	6.525	5.230	5.230	5.230	0	0,13	0.17
41	6	DA	12.210	14.221	12.210	12.210	12.210	0	0,16	0.18

INVESTITOR VI

Projekt	A	B	C	D	E	F	G	α	α_{opt}	Ušteda
42	8	DA	5.000	30.000	5.000	5.000	5.000	0	0,82	22.68
43	2	NE	16.000	23.000	23.000	23.000	23.000	0		
44	4	DA	126.800	141.055	126.800	126.800	126.800	0	0,26	0.29
45	4	DA	121.680	124.215	121.680	121.680	121.680	0	0,05	0.01
46	4	DA	296.682	308.385	296.682	296.682	296.682	0	0,93	0.04
47	4	DA	128.000	144.000	128.000	128.000	128.000	0	0,28	0.35
48	3	NE	220.000	260.000	240.000	240.000	240.000	0		
49	3	DA	13.561	15.243	13.561	13.561	13.561	0	0,53	0.81
50	5	DA	161.000	250.000	161.000	171.000	171.000	0	0,65	2.99
51	4	DA	380.000	450.000	380.000	380.000	380.000	0	0,40	0.74

INVESTITOR VII

Projekt	A	B	C	D	E	F	G	α	α_{opt}	Ušteda
52	4	DA	4.874	5.222	4.874	4.874	4.874	0	0.16	0.12
53	4	DA	983	1.279	983	983	983	0	0.63	1.89
54	1	DA	1.898	1.898	1.898	1.898	1.898	0		
55	1	DA	8.602	8.602	8.602	8.602	8.602	0		
56	4	NE	94.653	115.031	115.031	115.031	115.031	0		
57	4	DA	60.751	68.315	60.751	60.751	60.751	0	0.28	0.35
58	4	DA	16.000	18.850	16.000	16.000	16.000	0	0.39	0.7
59	5	DA	49.950	53.517	49.950	49.950	49.950	0	0.1	0.06

3. ZAKLJUČAK

Tradicionalna ekonomska analiza izbora u uvjetima rizika zasniva se na konvencionalnoj teoriji očekivane korisnosti. Teorija očekivane korisnosti pretpostavlja da će pojedinac, čije preferencije zadovoljavaju određene aksiome u uvjetima rizik, a maksimizirati svoju očekivanu korisnost koja je sjedinjena s mogućim rezultatima njegova izbora. Aksiomi na kojima se zasniva ova teorija su: redoslijed alternativa, kontinuiranost i nezavisnost, kao i funkcija korisnosti koja zadovoljava pomenute aksiome.

U eksperimentu prikazanom i razrađenom u ovom radu izbor vrste stimulaciónog ugovora je uzet kao problem u kojima postoje dvije konfliktne strane, investitor i firma izvršitelj radova. Ovaj model je adaptiran na stvarni problem s ciljem dobijanja optimalne odluke korištenjem teorije funkcije korisnosti. Podaci su prikupljeni od nekoliko državnih institucija s ciljem ukazivanja na mogućnost uštede od strane investitora izborom stimulaciónog ugovora u odnosu na ugovor sa dodatkom. Detaljno su analizirane relativne uštede za svaki projekt i za svakog investitora posebno. Analiza je pokazala da se, sa pretpostavkom da su igrači racionalni i da je utrka fer (tj. da firme učesnici raspolažu istim informacijama vezanim za uvjete projekta i da se bodovanje aplikacija vrši konzistentno za sve firme učesnice), može doći do određene uštede, što je potvrdilo da upotreba teorije funkcije korisnosti daje mogućnost povećanja efikasnosti, tj. optimizacije korisnosti samih učesnika u projektu tenderskog ugovora.

Na kraju, treba pojačati zaključak upotrebe matematičkog modela u donošenju odluka kojima bi se, sa druge strane, dala i pojačala dodatno vrijednost obučanim kadrovima koji vode preduzeća ili organizacije u kojima su stalno izloženi donošenju odluka. U tom smislu teorija funkcija korisnosti je jasno definisani model koji daje mogućnosti analize odluka, optimiziranja u cilju smanjenja troškova, povećanja profita i sl. Korištenjem problema i primjera koji su prisutni i na lokalnom nivou vjerovatnije je da se razvije svijest uočavanja važnosti primjene matematičkih modela, a samim time i uočavanje važnosti zapošljavanja obučanih kadrova na osjetljive pozicije.

SUMARRY

A traditional economic analysis of options under the conditions of uncertainty and risk is based on an expected utility theory. In this paper, a mathematical model derived from the utility function theory is used for the principal-agent decision problem. This model presents an optimal decision for the type of a contract that should be selected between a principal and an agent. Relative savings obtained by these resulting optimal contracts have been analyzed in comparison with a frequently used cost-plus contract. Data are obtained from several state authorities in order to show the possibility of improvement of the contract type selection with respect to a cost-plus contract. The analysis has shown, under the assumption that the players are rational, that savings can be made by a different manner of contract selection, which confirmed that the use of the theory of the utility function of usefulness enables efficacy enhancement, i.e. optimized usefulness of the participants in the project of tender agreements.

Key words: *utility function, contract theory, risk*

LITERATURA

1. Bedak-Tahirović, A., Zečić, Dž., 2010., Primjer upotrebe teorije igara u teoriji ugovora, *Časopis BH Ekonomski forum Ekonomskog fakulteta* (1), str. 61.-80.
2. Laffont, J., Tirole J., 1985., Auctioning Incentive Contracts. *Mimeo, Massachusetts Institute of Tehnology*
3. McAfee, R. P., McMillan J., 1986a. Competition for Agency Contracts. *Tehnickal Report, 10, Centre for Decision Sciences and Econometrices*
4. McAfee, R. P., McMillan J., Building, for contracts: a principal-agent analysis, 1986b, *Rand Journal of Economics*, 17(3), str. 326.-338.
5. Myerson, B, Roger, 1997., *Game Theory: Analysis of Conflict*
6. Samuelson, A. P, Nordhaus, D. W., 2000., *Ekonomija*, Zagreb: Mate